TITLE:
大成算經巻之十二と写本の系統について (数学史の研究)

AUTHOR(S):
岩下, 啓史

CITATION:
岩下, 啓史. 大成算經巻之十二と写本の系統について (数学史の研究). 数理解析研究所講究録 2003, 1317: 125-133

ISSUE DATE:
2003-05

URL:
http://hdl.handle.net/2433/43010

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ
KURENAI 紅
Kyoto University Research Information Repository

数理解析研究所講究録 1317 巻 2003 年 125-133

大成算經巻之十二と写本の系統について

立教新座高等学校　岩下　啓史 (Keishi Iwashita)
Rikkyo Niiza Senior High School

0. 建部賢弘について

建部賢弘は寛文四年に建部直恒の三男として生まれた。長男には賢之、次男は賢明、四男は賢充がいる。特に賢之、賢明、賢弘の三人は数学に通じていた。建部家は代々徳川幕府の右筆の家柄である。父の直恒は三代将軍家光の右筆をつとめていたが、賢之、賢明は共に右筆の役を免ぜられている。賢弘については右筆に関する記録は残っていない。賢弘は延寶四年、十三歳で数学を志し、賢之、賢弘は関孝和の門弟となっている。天和三年、二十歳のときに「研幾算法」を、二十二歳のときに発微算法を解説して「発微算法演段諺解」を著し、さらに二十七歳のときに「算学啓蒙諺解大成」を著した。綱豊(後の将軍家宣)が賢弘を新規に召し抱え、寶永元年に綱豊が次期将軍となるため西の丸に入ると同時に、関孝和と同じく幕府直属の士となる。享保元年に八代将軍吉宗が就任すると、同四年に日本総図製作を命じられ、同八年に完成したといわれている。元文四年に病気のため没した。

1. 大成算經巻之十二

大成算經は天和三年より関孝和・建部賢明・建部賢弘によって編纂されたといわれ、元禄の中頃に一旦完成し、全十二巻からなる。このとき「算法大成」と称していた。その後元禄十四年よりさらに編集し直して寶永七年頃完成し「大成算經」となり、全二十巻からなる。これは当時の数学を全て納めた辞典的なもので、文章はすべて漢文で書かれている。原則1ページ１２行、１行２０文字というスタイルで書かれている。ここで「原則」としているのは、現在残されている写本のうち、今回調査した１１種類の写本の内、東京理科大学所蔵のものだけが１ページ１０行、１行２０文字というスタイルで書かれているからである。今日に至るまで大成算經の研究が他の和算書に比べて遅れている理由は主に三つあると考える。第一に残されている写本に誤記が多いということ。第二に全て漢文で書かれており、返り点などいっさい無い「白文」がほとんどであること。第三に出版或いは将軍家等に献上されなかったことにより、塵劫記あるいは綴術算經のように一般には普及しなかったこと等が挙げられる。例えば建部賢弘の直筆とされ、将軍に献上されたといわれる「綴術算經」は、原本が現在でも国立公文書館内閣文庫に残されていること、漢文ではなく仮名交じりの文章で書かれていること、一般には普及しなかったが代々の和算家には綴術算經を編集し直した「不休綴術」が伝えられたことにより多くの人々によって研究されてきたという点から、今日に至る多くの和算の研究者によって研究がなされてきた。ただ大成算經でもこの巻之十二については、円周・弧の長さ・球の体積・球缺の体積という内容であるためか、他の巻よりは読まれる機会が多いようだ。特に先ほども挙げた「綴術算經」においては「載于圓率故今畧之」という文章が出てくる。この「圓率」とは大成算經巻之十二のなかの「圓率第一」を指していると考えられる。多くの計算結果を綴術算經においては省略し、大成算經巻之十二に載せてあるとしている点で、大成算經巻之十二と綴術算經とは密接な関わりがあると言える。

大成算經巻之十二は圓率第一から球缺率第四までの４つの章に分かれている。また各章はそれぞれいくつかの節から構成されている。

截周冪・定周・定率・圓術
・弧率第二
截背冪・定背冪・汎背冪・一差・二差・三差・括率・定率・弧術
・立圓率第三
截積・定積・乗除率・立圓術
・球缺率第四
起術・球缺術

また各章の最終節の圓術・弧術・立圓術・球缺術は、各章のまとめが書かれており、公式にあたることが述べられている。

1．1　圓率第一

この章では、直径一尺の円の円周を求めている。各節では次のことが書かれている。

截周冪　→　直径一尺の円に内接する正n角形の周冪を求める。
定周　　→　直径一尺の円周を求める。
定率　　→　求めた円周の近似分数を求める。

まず内接する正4、8、16、32、64、128、256、512角形の周冪（本文では截周冪といっている）を求めている。8個の截周冪の階差を求め、その隣接する2つの項の比を計算すると、その比がおよそ4であることに気づき、これをもとに加速計算を行うことによって、近似値を得ている。これを8回繰り返すことによって最後に得られた数を定周冪、つまり円周の冪としている。これを開平方することによって円周を求めている。さらに「定周」の節で求めた円周について、零約術によって近似分数を12個求めている。ここで用いている零約術は関孝和の方法ではなく、賢弘の兄賢明によって考案されたものである。その12個の近似分数は次の通りである。

$$\frac{3}{1},\ \frac{22}{7},\ \frac{333}{106},\ \frac{355}{113},\ \frac{103993}{33102},\ \frac{104348}{33215},\ \frac{208341}{66317},$$
$$\frac{312689}{99532},\ \frac{833719}{265381},\ \frac{1146408}{364913},\ \frac{4272943}{1360120},\ \frac{5419351}{1725033}$$

ここでは、$\frac{355}{113},\ \frac{103993}{33102},\ \frac{5419351}{1725033}$の3つの近似分数にそれぞれ、常率、親率、精率と名付けている。特に精率については巻之十二においては立圓率第三、球缺率第四において円周率の近似分数として度々用いられている。なお最後の圓術では次の4つのことについて書かれている。

・直径が与えられたとき円周を求める
・円周が与えられたとき直径を求める
・直径が与えられたとき面積を求める
・円周が与えられたとき面積を求める

例えば

> 有徑求周
> 假如有圓徑若干問周
> 答曰得周
> 術曰置徑以周率相乗得數為實以徑率為法實如法而一得周

これは直径が与えられたとき、そこから円周を求める方法について書かれている。手順としては、
① 直径に周率を乗して実とする
② 径率を法とする
③ 実を法で割ると円周を得る
実際に現代の式で確かめてみると、

$$実=直径\times周率,\ 法=径率$$

$$\frac{実}{法}=\frac{直径\times周率}{径率}=\underline{2\pi r}\qquad (ただし\ \frac{周率}{径率}=\pi)$$

これは現代の円周を求める公式と同じことをいっている。また

> 有徑求積
> 假如有圓徑若干問積
> 答曰得積
> 術曰置徑自乘以周率相乘得數為實以四箇徑率為法實如法而一得積

これは直径が与えられた時、そこから円の面積を求める方法について書かれている。手順は、
① 直径の自乗に周率を乗して実とする
② 4倍の径率を法とする
③ 実を法で割ると円の面積を得る
実際に現代の式で確かめてみると、

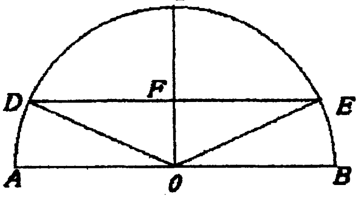
$$実=(直径)^2\times周率,\ 法=4\times径率$$

$$\frac{実}{法}=\frac{(直径)^2\times周率}{4\times径率}=\frac{(2r)^2}{4}\times\pi=\underline{\pi r^2}\qquad (ただし\ \frac{周率}{径率}=\pi)$$

これもよく知られる円の面積を求める公式である。

1．2　弧率第二

この章では、矢を与えたときの扇形の弧長を求めるための公式（補間式）を得ることが目的である。そこでまず、矢が一寸のときの弧長を求めている。ここで「矢」とは下図のＣＦで、求めるのは弧の長さＤＣＥである。弧長を求める方法は、圓率第一における方法と同様、角数を倍にしていくことによって截背冪を求めている。それをもとに定背冪を求めて開平方することにより弧長を求めている。さらに同様の方法で矢が二寸、三寸、四寸、四寸五分、五寸の場合の弧長を求めて、それらをもとに任意の矢の長さに対する弧長を求めるための補間式を導いている。この当時は現在のような数式というものはないのですべて言葉で説明されている。各節では次のことを求めている。



截背冪　→　特定の扇形に内接する截背を求める
定背冪　→　その扇形の弧長を求める
汎背冪　→　補間式の第一項を求める
一差　　→　補間式の第二項を求める
二差　　→　補間式の第三項を求める
三差　　→　補間式の第四項を求める
括率　　→　弧長を求める補間式を通分する
定率　　→　括率で求めた式の係数を整数にする

実際にどのような補間式を導いたのかを見ていく。その式は、

$$s^2 = 4cd + \lambda_1 \times c^2 + \lambda_2 \times \frac{(c-c_1)c^2}{d-\kappa_1 c} + \lambda_3 \times \frac{(c-c_1)(c-c_2)(c-c_3)c^2}{(d-\kappa_1 c)(d-\kappa_2 c)(d-\kappa_3 c)}$$

である。ここで弧長s、直径d、矢cとしている。またλ_1，λ_2，λ_3をそれぞれ一差乗率、二差乗率、三差乗率とし、κ_1，κ_2，κ_3をそれぞれ初矢段数、中矢段数、後矢段数と名付けている。さらに第一項$4cd$を汎背冪、第二項$\lambda_1 c^2$を冪較・一差・平差、第三項を再乗較・二差・立差、第四項を四乗較・三差・四乗差といっている。さらにこの補間式を通分した形の式を求め、さらにその各係数を整数に直すということも行っている。つまり、

$$s^2 = 4cd + \lambda_1 \times c^2 + \lambda_2 \times \frac{(c-c_1)c^2}{d-\kappa_1 c} + \lambda_3 \times \frac{(c-c_1)(c-c_2)(c-c_3)c^2}{(d-\kappa_1 c)(d-\kappa_2 c)(d-\kappa_3 c)}$$

の式を、

$$s^2 = \frac{Acd^4 + Bc^2d^3 + Cc^3d^2 + Dc^4d + Ec^5}{\alpha d^3 + \beta cd^2 + \gamma c^2 d + \delta c^3}$$

に変形している。ただし当時は現在のような分数表記はなく、あくまでも文章に書いてあることを現代の式に直すとこの形になるということである。そして各係数を、

$$\alpha = 9755031374 \quad \beta = -18610356125 \quad \gamma = 10948798854 \quad \delta = -1913138432$$

$$A = 39020125496 \quad B = -61434714678 \quad C = 25918266069 \quad D = -1828448393 \quad E = -102756994$$

としている。なお最後の弧術では次の７つのことについて書かれている。

・直径と矢が与えられたとき弦を求める
・弦と矢が与えられたとき直径を求める
・弦と矢が与えられたとき離徑を求める
・弦と離徑が与えられたとき直径を求める
・直径と矢が与えられたとき旁弦を求める
・直径と矢が与えられたとき背を求める
・弦と矢が与えられたとき背を求める

１．３　立圓率第三

この章では、直径一尺の球の円周を求めている。この球の体積を求める方法は「括要算法」における方法と同じである。ただし括要算法では円周率の近似分数を$\dfrac{355}{113}$としていたのに対し、この立圓率第三においては$\dfrac{5419351}{1725033}$としている。これは圓率第一の「定率」において求めた近似分数のうち「精率」と名付けられたものである。括要算法と違いはこの点である。

球を５０，１００，２００片に切って初積、中積、後積を求める。それぞれa, b, cとすると

$$b+\frac{(b-a)(c-b)}{(b-a)-(c-b)}$$

を求め、$\dfrac{\pi}{4}$をかけたものを球の体積としている。

なお最後の立圓術では次の４つのことについて書かれている。

・直径が与えられたとき積を求める
・円周が与えられたとき積を求める
・直径が与えられたとき冪積を求める
・円周が与えられたとき冪積を求める

ここでいう「積」とは球の体積のことをいい、「冪積」は球の表面積のことをいっている。
例えば

　有徑求積
假如有立圓徑若干問積
　答曰得積
術曰置徑再自乘之以圓周率相乘得數為實以六箇圓徑率為法實如法而一得積

これは直径が与えられたときに、球の体積を求める方法について述べている。手順は、
① 直径の再自乗に圓周率を乗して実とする
② ６倍の圓径率を法とする
③ 実を法で割ると体積を得る
実際に現代の式で確かめてみると、

$$\text{実}=(\text{直径})^3\times\text{圓周率},\ \text{法}=6\times\text{圓径率}$$

$$\frac{\text{実}}{\text{法}}=\frac{(\text{直径})^3\times\text{圓周率}}{6\times\text{圓径率}}=\frac{(2r)^3}{6}\times\pi=\frac{8r^3\pi}{6}=\underline{\frac{4\pi r^3}{3}}\qquad\left(\text{ただし}\ \frac{\text{圓周率}}{\text{圓径率}}=\pi\right)$$

確かによく知られる球の体積の公式に当てはまっている。また、

有徑求冪積
假如有立圓徑若干問冪積
答曰得冪積
術曰置周自之以圓徑率相乘得數為實以圓周率為法實如法而一得冪積

これは直径が与えられたときに、球の表面積を求める方法について述べている。手順は、
① 直径の自乗に圓周率を乗して実とする
② 圓径率を法とする
③ 実を法で割ると表面積を得る
実際に現代の式で確かめてみると、

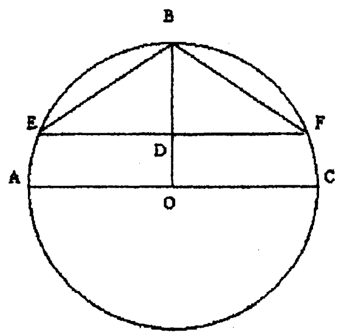
$$\text{実} = (\text{直径})^2 \times \text{圓周率}, \ \text{法} = \text{圓径率}$$

$$\frac{\text{実}}{\text{法}} = \frac{(\text{直径})^2 \times \text{圓周率}}{\text{圓径率}} = (2r)^2 \times \pi = \underline{4\pi r^2} \qquad (\text{ただし } \frac{\text{圓周率}}{\text{圓径率}} = \pi)$$

これもよく知られる球の表面積の公式である。

1．4　球缺率第四

この章では、盃形の体積を求めている。ここでは直径一尺の球を平面で切った盃の形をした部分の体積を求めている。体積を求める方法は関孝和の「求積」における方法と同じである。球缺率第四の場合も、立圓率第三の場合と同様「求積」と異なるのは、用いている近似分数が違うという点である。本文では球缺の体積を下図を用いると、底面の直径をＥＦとし高さをＢＤとする円錐の体積に、底面の直径をＢＥとし高さをＢＤとする旁錐の体積の２倍を加えたものとしている。つまり、



$$AC = d, \ BD = c, \ EF = 2\alpha, \ EB = 2\beta$$

としたときに、

$$\text{円錐の体積} = \frac{1}{3}\pi\alpha^2 c, \ \text{旁錐の体積} = \frac{1}{3}\pi\beta^2 c$$

であるから、

$$\frac{1}{3}\pi\alpha^2 c + 2\times\frac{1}{3}\pi\beta^2 c = \frac{\pi}{3}(cd - c^2) + 2\times\frac{\pi}{3}\frac{cd}{4}c$$
$$= \frac{\pi}{3}(15 - c)c^2$$

としている。この計算方法については杉本敏夫氏の「関の求積問題の再構成（二）」（明治学院論叢第３８１号　総合科学研究　第２２号　１９８５年１０月）に詳しく解説されている。
なお最後の球缺術では次の４つのことについて書かれている。

・直径と矢が与えられたとき積を求める
・弦と矢が与えられたとき積を求める
・直径と矢が与えられたとき頂冪積を求める
・弦と矢が与えられたとき頂冪積を求める

ここでいう「積」とは球缺の体積のことをいい、「頂冪積」は球缺の表面積のことをいっている。

2．写本の比較と系統について

大成算經は数多くの種類の写本が残されているが、現在では原本は残されていないとされている。今回手に入れた１１種類の写本について比較検討を行い、その大まかなグループ分けを行い、その系統を探っていく。

大成算經の原本は現存しないとされ、現在残っているものは全て写本であるといわれている。全て漢文で書かれており原則１ページ１２行、１行２０文字というスタイルで書かれている。ここで「原則」としているのは今回調べた１１種類の写本のうち、東京理科大学所蔵のものだけが１ページ１０行、１行２０文字というスタイルで書かれているからである。またほとんどの写本は白文であるが、一部の本では部分的に返り点が打ってあるものもある。また内閣本や国会本などは巻毎に筆跡がまったく違うことから一人で全てを写したわけではないようである。写すという作業は正しく写したつもりでも伝言ゲームの如く徐々に内容に誤りが増えてくる。また和算について全く知識のない人によって写されていることがあるようで、現在残されている写本のほとんどに誤記があることはこのことにも原因があるのではないだろうか。

２．１　大成算經の写本

岩波書店の「国書総目録」によれば、写本は１５種類あるとされている。本当に存在するかを確認したわけではないが次の通りである。なお、日本学士院及び九州大学のものは全巻そろっていない。また京都大学には２種類の写本がある。

・国立公文書館内閣文庫
・国立国会図書館
・日本学士院
・大阪府立図書館
・東北大学狩野文庫
・東北大学岡本文庫
・東北大学林文庫
・東京大学中央図書館
・東京教育大学（筑波大学）
・京都大学（二種類）
・九州大学
・早稲田大学小倉文庫
・慶応大学
・東京理科大学近代科学資料館

今回、次の１１種類の写本を集めて比較を行った。

・国立公文書館内閣文庫所蔵
・国立国会図書館所蔵
・東北大学狩野文庫所蔵
・東京大学中央図書館所蔵
・京都大学理学部数学教室所蔵（二種類）
・東京理科大学近代科学資料館所蔵
・大阪府立図書館所蔵
・宮城県立図書館所蔵
・和算研究所所蔵
・圓法（東京大学図書館）

以下それぞれ内閣本、国会本、狩野本、東大本、京大本A、京大本B、理科大本、大阪本、宮城本、和算研本、圓法と呼ぶことにする。ただし京大本Bに関しては、嘉永六年に校訂がなされている。そこで校訂前のものを京大本B、校訂後のものを京大本B'とする。なお、「圓法」であるが、これは東京理科大学の小松彦三郎教授が、東京大学図書館で発見されたもので、表紙には「大成算經」とは書かれておらず、「圓法」とだけ書かれている。ただ、内容は大成算經巻之十二そのものである。

2．2　写本の比較

まず写本の比較の方法であるが、まず理科大本と国会本の比較を行い、相違点を洗い出した。そしてこれらの点について他の写本についても同様に調査した。また個々の写本を読み進めて、明らかな間違い等が見つかった場合にはその箇所について他の写本も調べた。これにより約１００個の相違点を見つけることができた。ただし東大本及び京大本Bに関しては、たくさんの誤記が発見された。したがって全ての文章を比較することは困難であった。

写本の比較を行った結果、相違点はおよそ次の３つに分類できる。第一に漢数字の写し間違い、第二に似た漢字の写し間違い、第三に内容を全く理解していないことによる写し間違いである。中でも一番多いのが漢数字の写し間違いである。「一」と「二」、「二」と「三」、「三」と「五」、「五」と「九」などである。似たような漢字の写し間違いは、「便」と「使」、「如」と「加」、「經」と「徑」、「巳」と「己」等である。そして第三の例は、和算に関する知識のない人が写したと思われるものである。それは「離徑」と「弦徑」の違いで確かめることが出来る。「離徑」という言葉の定義は本文中に記述がある。それによれば「円の直径から矢を二倍したものを減じたもの」としている。一方「弦徑」という言葉は本文では一切出てこない。文脈から推測する限りそこには「離徑」がふさわしいのである。そのことがわかっていれば「離徑」を「弦徑」と書くはずがないはずである。また下の表は約１００箇所の相違点の正誤表である。

	圓法	内閣本	国会本	理科大本	大阪本	宮城本	和算研究所	狩野本	東大本	京大本A	京大本B	京大本B'
正	86	69	41	78	82	83	80	66	62	65	61	66
誤	13	30	58	21	17	16	19	33	37	34	38	33

表の正誤の数から見ると圓法、内閣本、理科大本、大阪本、宮城本、狩野本、京大本Ａ、京大本Ｂ'は比較的正しい箇所が多い。その中でも圓法、大阪本、宮城本、理科大本の良さが際だっている。その次には東大本、京大本Ｂ。そしてもっとも誤記の多いものが国会本という結果になった。ここで見る限り内閣本、理科大本、狩野本、京大本Ａ等と東大本、京大本Ｂにはさほど大きな差はないように思われる。しかしこの２つのグループには大きな差がある。東大本と京大本Ｂには今回調査した１０７ヶ所以外にもたくさんの誤記が見受けられた。そのため今回の調査では東大本、京大本Ｂの１０７ヶ所以外の誤記部分については調査対象外とした。したがって東大本と京大本Ｂに関してはもっと多くの誤記があるので、国会本よりも良くないと言っていい。また京大本Ｂ'は京大本Ｂを校訂してあるので比較的良いものである。余白部分に何カ所か校訂した際の書き込みがあるがその中に「異本此二字無」と書かれているところがある。このことから、校訂する際には別の大成算經の写本を参考にしたようである。では果たしてどの写本を用いたのであろうか。その写本を特定するには現在残っている写本を全て調査しなければならない。また現在には残っていないが、校訂を行った当時にはまだ存在した写本を参考にした可能性もある。ここではそれを断定することはできないが、今後手に入れた写本の中から可能性のあるものを探してみたい。

また、写本には次のような特徴がある。

・誤記が極めて少ない
・書式が他の写本と違う（1ページ１０行）
・文字の乱れが最後までない
・文章の省略がない
・乱丁がない
・図が鏡像になっている

例えば圓法、宮城本、大阪本、理科大本は誤記が極めて少ない。内閣本は最後の数ページに乱丁が見られる。大阪本は計算結果の数値が省略されている。また多くの写本には文章の省略が多く見受けられた。また理科大本は他の写本とは書式が違うという特徴があり、内閣本、理科大本は掲載されている図が他の写本の図と鏡像の関係になっている。そして多くの写本で、後のページに行くに従ってだんだん字が乱れてくるということも見受けられた。

１１種類の写本を比較することによって１０７箇所の相違点を見出した。そのことにより次のように大きく分類できると考えた。

＊第一グループ
　　内閣本・国会本・理科大本・大阪本・宮城本・和算研究所本
＊第二グループ
　　狩野本・東大本・京大本（二種類）

圓法についてはごく最近入手したためもう少し研究が必要であるが、現在の所、他の１０本の写本と比較して、最も良い写本の１つであると思われる。

今後は以上の結果をもとにさらに研究を進め、大成算經巻之十二の校訂本の作成を進めていきたい。